قياس ونمذجة العائد الفائض في الأسواق المالية دراسة حالة بورصة الولايات المتحدة الأمريكية 2015– 2022

Measuring and modeling excess return in financial markets, a case study of the US Stock Exchange 2015-2022

عـــقـــبـــي لـــخـــضـــر [1]

جامعة ابن خلدون تيارت – الجزائر

lakhdar.okbi@univ-tiaret.dz

شداد محمد

جامعة ابن خلدون تيارت – الجزائر

chedadmohamed@yahoo.fr

تاريخ الارسال: 2024/03/ 05 *تاريخ القبول: 2025/01/ 25* *تاريخ النشر : 2025/03/ 03*

ملخص:

تهدف هذه الدراسة للمفاضلة في الإستثمار ما بين الإستثمار في الأصول المالية الخطرة أو في الأصول المالية غير الخطرة، من خلال قياس ونمذجة العائد الفائض المحتمل تحقيقه بدراسة لحالة بورصة الولايات المتحدة الأمريكية بتغطية للفترة من 02 جانفي 2015 إلى 31 ديسمبر 2022 بالإستعانة بأداة للقياس تتمثل في برنامج "Eviews 10" عند درجة ثقة 95 %، ولقد خلصت الدراسة إلى نتيجة مفادها أن الإستثمار في بورصة الولايات المتحدة الأمريكية في الأصول الخطرة وفي المدى الطويل يحقق في المتوسط عائد فائض أعلى من الإستثمار في الأصل غير خطر يقدر بـــ 0.041 % .

الكلمات المفتاحية : *السندات، الأسهم، SP500، العائد الفائض، نموذج ARCH .*

Abstract:

The aim of this work is to establish an instrument of decision that allow to the investor to choose between the investment with risk and the investment without risk which are represented in our application respectively by the financial index American S&P500 and the Treasury bound T-Bill with data covered the period 01/02/2015 to 12/12/2022. A model ARCH describes the instrument of decision where the important conclusion was, in long term, the investment with risk génerer a profit greater than the investment without risk by 0.041%.

Key words: Treasury Bound, action, index S&P500, excess return; model ARCH,

مقدمة :

أخذت مؤخراً الأدوات المالية (الأصول المالية) دوراً مهماً في الجانب المالي والإقتصادي حيث تساهم أساساً في خلق وتجميع الدخل وفي التوزيع المستقبلي للموارد. في هذا السياق أخذت نماذج التوازن العام التي تعالج بالخصوص موضوع تقييم الأصول المالية

*1 – **المؤلف المرسل :** عقبي لخضر ، الإيميل: lakhdar.okbi@univ-tiaret.dz*

،كما أن هذه الأخيرة أخذت هي الأخرى أيضاً مكانة ودوراً مهماً في المجال الإقتصادي ،وحسب هذه النماذج ،إن أسعار وعوائد هذه الأصول المالية مرتبطة هي الأخرى بخصائص وتفضيلات الأعوان الإقتصاديين ومرتبطة أساساً بسلوكهم اتجاه الخطر الإستثماري واتجاه الإحلال . هذا الارتباط هو عقلاني بالنظر إلى أن كل متدخل (عون إقتصادي) في السوق المالي يهدف إلى تعظيم منفعته المتوقعة في حدود مخصصاته من خلال البحث عن نقطة توازن محفظته المالية (الأصول المالية من سندات وأسهم) والخطر الموافق لها " . يعتبر هاري ماركوفيت(1952) Harry Markowit " من الأوائل الذين عالجوا مسألة التوزيع الأمثل للمحفظة المالية حيث أنه بحث في دراسته عن مسألة تشكيل محفظة مالية بخطر أقل والموافق لعائد متوقع محدود وثابت. في دراسات لاحقة قام بها كل من " ترينور (1962 Treynor "، " شارب (1964) Sharpe "، " لانتنر (1965) Lintner "، " موسان (1966) Mossin " و" بلاك (1972) Black " طورو من خلالها نموذج أساسي في النظرية المالية يمكن من خلاله وصف العلاقة بين عائد الأصول المالية وخطرها، والمعروف بإسم " نموذج تسعير الأصول المالية " Capital Asset Pricing Model " . على عكس الفرضيات الضمنية للنماذج المنبثقة من الدراسات الكلاسيكية، مثلاً كون سلاسل الأصول المالية لا تتبع قانون التوزيع الطبيعي المتناظر لكن قد تتبع توزيع طبيعي غير متناظر، أيضاً نظراً لظاهرة (مشكلة) عدم إستقرارية العزوم من الدرجة الثانية لتوزيع سلسلة العائد ،هذه الظاهرة التي تشاهد غالباً في عوائد الأصول المالية والتي تتجلى من خلال تتابع فترات ذات تذبذب منخفض مع فترات ذات تذبذب مرتفع وتفلطح (Kurtosis) لسلسلة العوائد .في هذا السياق نماذج جديدة تم إقتراحها حديثاً على غرار نماذج ARCH وتعميماتها .

تهدف نماذج ARCH وتعميماتها إلى الأخذ بعين الإعتبار الخصائص والظواهر السابقة لسلسلة العوائد من خلال البحث عن عدم الفعالية (عدم الكفاءة) من الدرجة الثانية للأسواق المالية وبالتالي إمكانية التنبؤ بها (التنبؤ بالعوائد المحتملة التحقيق) خلافاً لإختبارات الإرتباط الذاتي التقليدية حيث تكون نتائج إختبارات نماذج ARCH هي أكثر صلابة وتؤخذ بعين الإعتبار إضافة إلى ذلك خاصية العودة إلى المتوسط لعائد الأصول المالية .

حسب النظرية الإحصائية فعالية السوق المالي هي مرادف لسوق مالي عشوائي حيث التغيرات من فترة لأخرى لسعر الأصل المالي هي مستقلة . في هذا السياق برهنا كل من " صامويلسن (1965) Sam welson " و" ماندلبور (Mandelbort) 1966 " أن إستقلالية المتغيرات المتتابعة لسعر الأصول المالية محققة بتحقق فرضية فعالية السوق المالي .

1. 1. إشكالية الدراسة :

إنطلاقاً مما سبق يمكن طرح الإشكالية الرئيسية للدراسة على النحو التالي : **في إطار الإستثمار وتشكيل محافظ مالية ،هل من الأفضل للمستثمر الإستثمار في الأصول المالية الخطرة أم في الأصول المالية غير الخطر في البورصة الأمريكية ؟** .

1. 2. فرضيات الدراسة :

كون الإقتصاد الأمريكي من أقوى الإقتصادات وبورصاتها من أشهر البورصات وتمتاز بالكفاءة والشمول وكون الإستثمارات الخطرة قد تحقق عوائد كبيرة وهو ما أثبتته تجارب بعض الدول مثل ما حققته الصناديق السيادية في كل من النرويج وسنغافورة خلال 20 سنة الأخيرة من خلال إستثمارها في الأصول المالية في البورصات العالمية والتي من خلاللها حققت عوائد سنوية تفوق عوائد الجزائر من المحروقات يرى الباحثان أنه قد يكون من مصلحة المستثمر الإستثمار في الإستثمارت الخطرة .

1. 3. أهمية الدراسة :

تكمن أهمية الدراسة في إختبار فرض أساسي مفاده أن من مصلحة المستثمر عند إستثماره في البورصة الأمريكية الإستثمار في الأصول المالية الخطرة لما تحققه من عوائد أكبر من الإستثمارات غير الخطرة والذي هو راجع لطبيعة الإقتصاد ومكانته الدولية

1. 4. الهدف من الدراسة :

تهدف هذه الدراسة لإستكشاف العائد الفائض المحتمل تحقيقه من طرف المستثمر من خلال إستثماره في الأصول المالية الخطرة في البورصة الأمريكية وهذا من خلال قياس ونمذجة العائد الفائض خلال الفترة الممتدة من 02 جانفي 2015 إلى 31 ديسمبر 2022

1. 5. تقسيمات الدراسة :

لغرض الإجابة على الإشكالية الرئيسية للبحث وإختباراً لصحة الفرضيات إرتأينا لتقسيم هذه الورقة البحثية إلى جانبين الجانب الأول تم التطرق فيه لأبجديات الدراسة والمتمثلة في أهم العناصر التي يراها الباحث تخدم النظرية المالية في الأسواق المالية الدولية والجانب الثاني تم التطرق فيه لقياس ونمذجة العائد الفائض في الأسواق المالية الدولية بدراسة لحالة بورصة الولايات المتحدة الأمريكية بتغطية للفترة من 02 جانفي 2015 إلى 31 ديسمبر 2022

1. 6. منهجية الدراسة :

بغرض الإجابة على الإشكالية المطروحة وتوافقاً مع نوعية الدراسة تم الإعتماد في هذه الورقة البحثية على المنهج الوصفي التحليلي والمنهج القياسي لوصف وتحليل ما يمكن وصفه وما يجب تحليله ثم قياس ونمذجة العائد الفائض في الأسواق المالية الدولية بدراسة حالة بورصة الولايات المتحدة الأمريكية خلال فترة الدراسة

المحور الأول: التشخيص القياسي للنموذج:

نعتمد في هذه الورقة البحثية على أعمال كل من كامبل لو (Campbell ,lo) وماكينلاي (Mackinlay) واللذان إعتمدا على نموذج لوكاس (Lucas) 1978 وبريدن (Breeden) 1979 في تقييم الأصول المالية والتي تشير إلى أنه منذ ظهور هذه الدراسات أخذت نماذج التوازن العام لتقييم الأصول المالية مكانة مهمة في المجال الإقتصادي. هذه النماذج هي ما تم الإرتكاز عليها في بناء النظرية المالية الحديثة و التي تشير إلى أنه في حالة التوازن العام فإن الأسعار والعوائد الخاصة بالأصول المالية تكون مرتبطة بخصائص وسلوك الأعوان الإقتصاديين، خاصة ما يتعلق منها بسلوك الأفراد إتجاه المخاطر المالية المحتملة لعوائد هذه الأصول (Abdou, 2013, p. 03) .

أولاً : العناصر الأساسية للنظرية المالية : ترتكز النظرية المالية بصفة خاصة على السندات، الأسهم، والسوق المالي وكفاءته ويمكن تعريف هذه العناصر على النحو التالي :

1- **تعريف السند** : السند هو أداة دين لحامله يصدر بقيمة إسمية ومعدل فائدة إسمي وتاريخ إستحقاق، وعندما يدخل سوق التداول تصبح له قيمة سوقية وسعر فائدة سوقي ويبقى محكم بنفس تاريخ الإستحقاق السابق.

تعتبر السندات الدولية من أهم السندات التي تصدرها الحكومات أو الشركات المختلفة من أجل الحصول على التمويل اللازم لها بعملة معينة في أسواق غير أسواقها المحلية وبمستثمرين أجانب وتكون هي الأخرى محكمة بقيمة إسمية ومعدل فائدة إسمي وتاريخ إستحقاق مستقبلي وعند دخولها لسوق التداول الدولي يصبح له قيمة سوقية وسعر فائدة سوقي ويبقى محكم بنفس تاريخ الإستحقاق السابق (لخضر، 2023-2022، صفحة 19). بصفة عامة تعبّر السندات عن قيم أو أصول لها عوائد ثابتة ومضمونة كون شرائها وإمتلاكها يشكل أقل خطر من الأسهم ففي هذه الشروط وفي مثل هكذا أوضاع نقبل بأن السندات تمثل قيم لأصول بدون مخاطر على عكس الأسهم التي تكون مصحوبة بمخاطرة (أصول خطرة).

2- **تعريف السهم** : السهم هو حق ملكية لصاحبه أو حامله يمثل حصة من رأس مال شركة قائمة (مجسدة على أرض الواقع) تمكنه من الحق في الحصول على نسبة معينة من الأرباح أو تحمل نسبة من الخسارة المحققة كما له أيضاً الحق في التصويت في الجمعية العامة للشركة بحسب نوعية السهم المتحصل عليه و يتم تداوله أحياناً في الأسواق المالية (franck, 2010, p. 02).

3- **تعريف الســـــوق المالي الدولي للسنـــدات والأسهم :**

يمثل السوق المالي الدولي للسندات والأسهم جزءاً مهما من سوق رأس المال الدولية فهو بذلك المكان أو الهيئة أو الآلية للإصدار والتداول بين مختلف المتعاملين ، إذ تعتبر السندات والأسهم الدولية بمختلف أنواعهما والمصدرة بعملات أجنبية الأداة المالية الفاعلة في هذه السوق والتي يتم تداولها غالباً بعملة من العملات الأكثر تداولاً (الدولار، الأورو، الين ... إلخ) وتشكل الدول والمؤسسات العمومية أكبر وأهم متدخل في هذا السوق إضافة للشركات الخاصة ويكمن الهدف الرئيسي للسوق المالي الدولي في تمويل متعامليها بالإحتياجات المالية اللازمة لها خارج أسواقها المحلية (BROQUET, COBBAUT, & Van den, 2004).

4- تعريف المؤشرات المالية : هو مقياس (مؤشر) لأداء سوق مالي أو قطاع معين حيث يمكن من خلاله حساب العائد الموافق خلال فترة زمنية معينة (Robert, Roland, & Georges, 2015, p. 41)

ثانياً : القواعد الأساسية التي تبنى عليها النظرية المالية : من بين الفرضيات التي ترتكز عليها النظرية المالية الحديثة نذكر: (Robert, Roland, & Georges, 2015, pp. 20-22).

- كفاءة السوق المالي .
- قابلية الأدوات المالية للتجزئة.
- تماثل المستثمرين وعقلانيتهم .

بإعتبار المستثمر عقلاني ويعلم دخله الحالي بدقة لكن دخله المستقبلي غير معروف (متوقع) وعشوائي وكونه أيضاً يقوم بعملية الإستثمار لتعظيم منفعته الكلية الحالية والمستقبلية (المتوقعة) ،التي تكون دائمة مرتبطة بمخصصات يتم تخصيصها لذلك (الميزانية) ، (Abdou, 2013, pp. 04-07).

1- **دالة المنفعة الكلية** : تكتب دالة المنفعة الكلية التي يسعى المستثمر لتعظيمها على النحو التالي :

2-

$$U_t = maxE_t\left[\sum_{}^{+\infty} \beta_i\, U\,(C_{t+i})\right], 0 < \beta < +\infty \dots\dots (1)$$

$$B_{t+1+i} + \ Q_{t+1+i} = B_{t+i}\left(1 + r^f_{t+i}\right) + \ Q_{t+i}(1 + r^m_{t+i}) - \ C_{t+i}\ ;\ \forall i \dots (2)$$

حيث :

- U : هي المنفعة الكلية المكتسبة .
- E_t : الأمل الرياضي الشرطي للمعلومة التي تتوفر للمستثمر .
- β : المنفعة الحدية التي يتحصل عليها هذا المستثمر .
- Ct : الإستهلاك الحالي
- U(Ct) المنفعة المتحصل عليها من الإستهلاك " C "
- B : هي الميزانية أو رأس المال المستثمر في الأصل من دون مخاطرة وبمعدل فائدة r^f_{t+i}
- Qt : يمثل رأس المال المستثمر في أصل ذو خطر بمعدل عائد r^m_{t+i}

3- **دالة الهدف** : تسمح دالة الهدف المعبر عنها بالعلاقة أسفله، بتعظيم منفعة المستثمر المشار إليها في العلاقة 1 وفق قيد ميزانيته والمشار إليه في العلاقة 2 :

$$\mathcal{L}(B_t, Q_t, C_t, \lambda) = \underset{(B_{t+1}, Q_{t+1}, C_t, \lambda_t)}{Max} UT(C_t) + \beta E_t[UT_{t+1}(B_{t+1}, Q_{t+1})] + \lambda_t\left(B_t\left(1 + r^f_t\right) + Q_t(1 + r^m_t) - C_t - B_{t+1} - Q_{t+1}\right) \dots\dots (3)$$

بحث " λ " هو مضروب لاغرونج المتعلق بقيد ميزانية المستثمر .

الإختيارات المثلى للمستثمر يجب أن تحقق الشرطين التاليين (BROQUET, COBBAUT, & Van den, 2004, pp. 65-68):

- شرط ضروري تكون فيه المشتقات الجزئية لدالة الهدف بدلالة المتغيرات محل الدراسة معدومة .
- شرط كافي يكون فيه المحدد الهيسي موجب .

الإختيارات المثلى للمستثمر تتطلب توفر الشرطين السابقين الذكر ويكتب الشرط الضروري لدالة هدف المستثمر (العلاقة 3) على النحو التالي (Abdou, 2013, pp. 05-07):

$$\lambda_t = \beta E_t\left[\frac{\partial V_{t+1}}{\partial B_{t+1}}\right] \dots\dots (4)$$

$$\lambda_t = \beta E_t \left[\frac{\partial V_{t+1}}{\partial Q_{t+1}}\right] \dots\dots (5)$$

العلاقات من 04 إلى 07 هي ترتيب للشروط الضرورية للإختيار λ و C_t , Q_{t+1}, B_{t+1}

نجد المشتقات الجزئية للدالة ذات القيمة $E_t\left[\frac{\partial UT_{t+1}}{\partial B_{t+1}}\right]$ & $E_t\left[\frac{\partial UT_{t+}}{\partial B_{t+}}\right.$ بتطبيق شروط المخصصات .

4- شروط المخصصات :

$$\left[\frac{\partial UT_{t+1}}{\partial B_{t+1}}\right] = (1 + r_{t+1}^m)\lambda_{t+1} \dots\dots (8)$$

$$\left[\frac{\partial UT_{t+1}}{\partial B_{t+1}}\right] = (1 + r_{t+1}^f)\lambda_{t+1} \dots\dots (9)$$

شروط أويلر "*Euler*" لتعظيم منفعة المستثمر نتحصل عليها بتعويض المعادلتين 8 و 9 في المعادلتين 4 و 5 .

5- شروط أويلر "*Euler*" :

$$U`(C_t) = \beta E_t\left[(1 + r_{t+1}^f)U`(C_{t+1})\right] \dots\dots (10)$$

$$U`(C_t) = \beta E_t[(1 + r_{t+1}^m)U`(C_{t+1})] \dots\dots (11)$$

$$B_{t+1} + Q_{t+1} = B_t(1 + r_t^f) + Q_t(1 + r_t^m) - C_t \dots\dots (12)$$

تدل المعادلتين 10 و 11 من شروط أولير على أن المستثمر يقوم بإختيار فعال لمحفظته الإستثمارية عندما تكون هناك مساواة بين هامش الربح وهامش التكاليف لوحدة إضافية من الإستثمار في الأصل بدون مخاطرة والأصل بمخاطرة

يمكن إعادة كتابة معادلتي أولير 10 و 11 على النحو التالي :

$$E_t\left[\frac{\beta U`(C_{t+1})}{U`(C_t)}(1 + r_{t+1}^f)\right] = 1 \dots\dots (13)$$

$$E_t\left[\frac{\beta U`(C_{t+1})}{U`(C_t)}(1+r_{t+1}^m)\right]=1 \dots\dots (14)$$

المعادلتين 13 و 14 تلخص القيود المفروضة من النظرية الإقتصادية على العوائد المالية r_{t+1}^m و r_{t+1}^f بأخذ الأمل الرياضي، الجداء بين العوائد المالية المستقبلية $(1+r_{t+1}^m \,\&\, 1+r_{t+1}^f)$ و المعدل الحدي للإحلال يجب أن يكون مساوياً للواحد من أجل الأصلين .

بأخذ بعين الإعتبار التفضيلات المرونية والتي تطرّق لها كل من أراو-برات "Arrow – Pratt" و هول " Hall " (1988) تكتب شروط أولير 13 و 14 على النحو التالي (Abdou, 2013, p. 06)

$$E_t\left[\beta\left(\frac{C_{t+1}}{C_t}\right)^{-\gamma}\left(1+r_{t+1}^f\right)\right]=1 \dots 15$$

$$E_t\left[\beta\left(\frac{C_{t+1}}{C_t}\right)^{-\gamma}(1+r_{t+1}^m)\right]=1 \dots 16$$

بحيث γ هو معامل أراو – بر

في حالة التوازن العام للأسواق يمكن كتابة $C_{t+1}=C_t*e^{r_{t+1}^c}$ ،هذا يعني أن الإستثمار المستقبلي يساوي الإستثمار الحالي مضروب في معدل العائد المستقبلي

بافتراض أن العائد المستقبلي r_{t+1}^c يتبع قانون التوزيع الطبيعي بمتوسط μ وجزء عشوائي ε_{t+1}.

ونكتب $r_{t+1}^c=\mu+\varepsilon_{t+1}$ بحيث $\varepsilon_{t+1} \rightsquigarrow N(0,\sigma^2)$

ثالثاً : نموذج بتوزيع طبيعي متناظر :

ينطلق هذا النموذج من فكرة أن الأفراد أو المستهلكين يخططون في إستهلاكهم للإستهلاك الحاضر والإستهلاك المستقبلي ويسعون دائما في تحقيق إستهلاك مستقبلي أفضل ،أي أنهم يضحون بالإستهلاك الحالي من أجل الحصول على إستهلاك أفضل في المستقبل وهذا ما يفسر أن هناك إحلال زمني للإستهلاك وهو ما يدفعهم للإحتفاظ ببعض الوفورات النقدية ومحاولة إستثمارها في أشكال مختلفة للحصول على إستهلاك مستقبلي أفضل . في هذه الحالة يجد الفرد أو المستهلك نفسه أمام خيارين للإستثمار، إستثمار مرفق بمخاطرة وعائد محتمل أكبر، وإستثمار بنسبة مخاطرة أقل وبعائد أقل . إن قرار إستثمار أو إدخار رأس المال يتحدد أساساً وفقاً لمعدل العائد الذي يحققه الإستثمار الحقيقي له بنسبة مخاطرة والعائد الذي تمنحه المؤسسات المالية على الودائع والسندات والمرفق بنسبة مخاطرة أقل .في حالة التوازن العام يكون معدل الفائدة على الإستثمار ورأس المال ومعدل الفائدة الذي تمنحه البنوك مرتبطان كون المؤسسات والشركات تكون غير مستعدة للإقتراض بمعدل فائدة أعلى من معدل العائد على الإستثمار الحقيقي لرأس المال والمصحح بالأخطاء المتوقعة .(Robert, Roland, & Georges, 2015, pp. 18-20) إن نظرية تقييم الأصول تأخذ بعين الإعتبار حالة التوازن العام وتعتبر أن المستثمر يختار الإستثمار في أو بين نوعين من الأصول المالية والمتمثلة في الإستثمار في الأسهم بنسبة مخاطرة أكبر أو الإستثمار في السندات وبنسبة مخاطرة أقل وعائد أقل.

1- حساب عائد الأصل بدون مخاطرة :

يتم حساب عائد الأصل من دون مخاطرة بالعلاقة التالية

$$\beta . e^{r^f_{t+1}} . \mathrm{E_t} = e^{\gamma r^c_{t+1}} \dots (17)$$

علماً أن r^f_{t+1} معلوم في الفترة " t " ويحقق فرضية التوزيع الطبيعي لـــ r^c_{t+1}

ويمكننا إعادة كتابة المعادلة السابقة (17) على شكل تجميعي لدالة كثافة توزيع طبيعي على النحو التالي :

$$\beta . e^{r^f_{t+1}} . \mathrm{E_t} e^{-\gamma r^c_{t+1}} = e^{-p} . e^{r^f_{t+1}} . \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\gamma r^c_{t+1}} . \frac{e^{\frac{-½\left(r^f_{t+1}-\mu c\right)^2}{\sigma^2}}}{\sigma\sqrt{2\pi}} dr^c_{t+1} \dots (18)$$

بحيث " p " تمثل معدل التفضيل في الوقت الحاضر و $\beta = \mathrm{e}^{-\mathrm{p}}$

يبرهن كل من (*Carmechael Benoît & Alain Coën* (2003)) أن المعادلة (18) يمكن كتابتها على الشكل المبسط التالي :

$$e^{p} = e^{r^f_{t+1}} . e^{-\gamma \mu c + \frac{\gamma^2}{2} . \sigma^2} \dots (19)$$

بإدخال اللوغاريتم النبري على المعادلة السابقة (19) نتحصل على صيغة عائد الأصل بدون خطر على النحو التالي :

$$r^f_{t+1} = p + \gamma \mu c - \frac{\gamma^2}{2} . \sigma^2 \dots (20)$$

المعادلة (20) تلخص محددات عائد الأصل بدون خطر (الإستثمار) والذي نجده مرتبط بمعدل التفضيل في الوقت الحالي، معامل التشاؤم من الخطر وتباين معدل نمو الإستهلاك .

2- حساب عائد الأصل الخطر :

من خلال المعادلة (16) وفرضية $\mathrm{r^c_{t+1}} = \mu_\mathrm{c} + \varepsilon_{\mathrm{t+1}}$ بحيث $\varepsilon_{t+1} \rightsquigarrow N(0, \sigma^2)$ والقيام ببعض التبسيطات الرياضية نجد صيغة العائد للأصل الخطر على النحو التالي :

$$\mu_\mathrm{c} = \mathrm{p} + \gamma \mu_\mathrm{c} + \gamma \sigma^2 - \frac{\sigma^2}{2} - \frac{\gamma^2}{2} \sigma^2 \dots (21)$$

بإفتراض $\mathrm{E_t}[r^m_{t+1}] = \mathrm{E_t}[r^c_{t+1}] = \mu_\mathrm{c}$ السابقة من فرضية أن مداخيل المحفظة هي المداخيل الوحيدة التي تمول الإستثمار (الإستهلاك) نحصل على العلاقة التالية :

$$\mathrm{E_t}[r^m_{t+1}] = \mathrm{p} + \gamma \mathrm{E_t}[r^c_{t+1}] + \gamma \sigma^2 - \frac{\sigma^2}{2} - \frac{\gamma^2}{2} \sigma^2 \dots (22)$$

في دراستنا هذه سنهتم بعلاوة السوق وليس بعائد السوق المعطى بالعلاقة السابقة رقم (22) .

والعلاوة لمتوقعة للسوق هي العائد الفائض للسوق أي أنه يعبر عن الفرق بين العائد بوجود مخاطرة والعائد من دون وجود مخاطرة ونتحصل على هذا الفرق بطرح المعادلة 20 من المعادلة 22 السابقتين ونحصل على :

$$\mathrm{E_t}[r_{t+1}^m] - r_{t+1}^f = \gamma\sigma^2 - \frac{\sigma^2}{2} \dots (23)$$

أو بصيغة أكثر دقة على النحو التالي :

$$\mathrm{E_t}\left[r_{t+1}^m - r_{t+1}^f\right] + \mathrm{J_m} = \gamma\sigma^2 = \lambda \dots (24)$$

حيث " $\mathrm{J_m}$" هو معامل جونسون " *Jensen* "

λ تمثل علاوة السوق

المعادلة 24 تشير إلى أن علاوة السوق المتوقع $\mathrm{E_t}\left[r_{t+1}^m - r_{t+1}^f\right]$ مرتبطة بالتأثير المتزامن لخطر السوق σ^2 ومعدل التشاؤم من الخطر γ

رابعاً : نموذج بتوزيع طبيعي غير متناظر :

برهن " *Azzalini* " (1985) أن دالة الكثافة الإحتمالية لتوزيع طبيعي غير متناظر " *Asymétrique* " ذات معامل تناظر " *Skweness* " تعطى بالعلاقة التالية :

$$f(Z) = 2\phi(Z)\Phi(\alpha Z) \dots (25)$$

بحيث : $\phi(Z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{Z^2}{2}}$ تمثل دالة كثافة التوزيع الطبيعي الممركز.

$\Phi(Z) = \int_{-\infty}^{Z} \phi(t)dt = \frac{1}{2}\left[1 + \mathrm{erf}\left(\frac{Z}{\sqrt{2}}\right)\right]$ دالة الكثافة التراكمية للتوزيع الطبيعي الممركز

نلاحظ أنه من أجل القيم : $\alpha = 0$ التوزيع متناظر .

$\alpha > 0$ التوزيع غير متناظر نحو اليمين .

$\alpha < 0$ التوزيع غير متناظر نحو اليسار .

خامساً : تشخيص النموذج :

لتشخيص النموذج نأخذ بفرضية التوزيع الطبيعي غير المتناظر تحث قيد هذه الفرضية يمكن وإنطلاقاً من المعادلتين السابقتين (17) و (18) يمكن إثبات أن معادلة عائد الفائض المتوقع للأصل الخطر تصبح على النحو التالي :

$$\mathrm{E_t}\left[r_{t+1}^m - r_{t+1}^f\right] + \mathrm{J_m} = \gamma\sigma^2 + \gamma(1-\gamma)\frac{\eta\sigma^3}{2} \dots (26)$$

حيث " $J_m = \frac{\sigma^2}{2} + \frac{\eta\sigma^3}{6}$ " هو معامل جونسون " *Jensen* "

المحور الثاني: دراسة قياسية للعائد الفائض للمؤشر المالي SP500 خلال الفترة 2015 – 2022:

بعد التطرق في العناصر السابقة للتأصيل النظري لأهم نماذج قياس العائد الفائض، سنحاول في هذا الجزء إسقاط هذه النماذج من خلال التطرق لدراسة تطبيقية نأخذ من خلالها سوق مالي كعينة دراسة .

أولاً : تقديم البيانات :

البيانات المدروسة تتعلق بالسوق المالي للولايات المتحدة الأمريكية، تتشكل من 1998 مشاهدة يومية (من 02 جانفي 2015 إلى 31 ديسمبر 2022) للعائد الفائض والممثلة في الشكل رقم 01 أدناه، نرمز له بالرمز " R_EXCED "، الذي يمثل الفرق بين العائد الخطر الممثل بعائد مؤشر " S&P500 " ، نرمز له بالرمز " R_SP_500 "، العائد الغير خطر المثل بعائد السندات الحكومية الأمريكية قصيرة الأجل " T-Bill " ، نرمز له بالرمز " R_ T_Bill " . تكتب علاقته على الشكل التالي :

$$R_EXCED = R_SP_500 - R_T_Bill$$

يتم حساب عائد المؤشر " S&P500 " بالعلاقة التالية :

$$R_SP_500 = \ln(SP_500(t)) - \ln(SP\text{-}500(t-1))$$

حيث ln هو اللوغاريتم النيبري

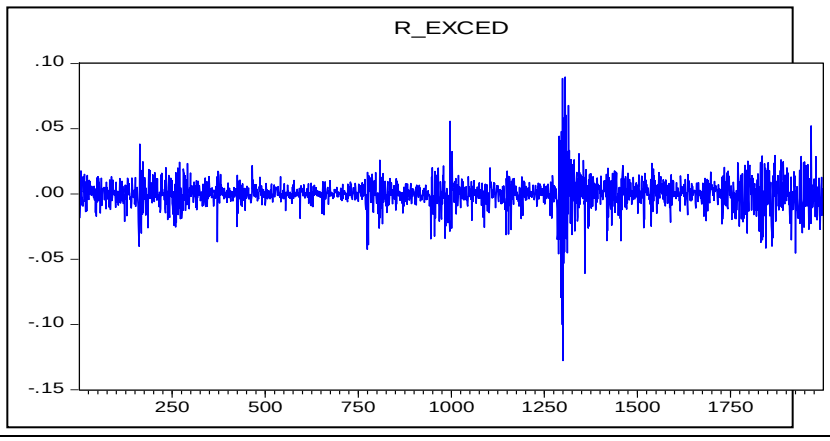
$(SP_500(t))$ تمثل قيمة إغلاق المؤشر في الزمن " t "

$(SP_500(t-1))$ تمثل قيمة إغلاق المؤشر في الزمن " t-1 "

بيانات المؤشر " S&P500 " تم الحصول عليها من الموقع : (https://fr:investing.com , 2023)

وبيانات معدل السند اليومي " T-Bill " تم الحصول عليها من الموقع الإلكتروني للخزينة الأمريكية :
(US.Department of the treasury ،(https://www.treasurydirect.gov/marketable-securities/treasury-bills, 2023).

الشكل رقم 01 : تمثيل بياني لسلسلة تطور العائد الفائض

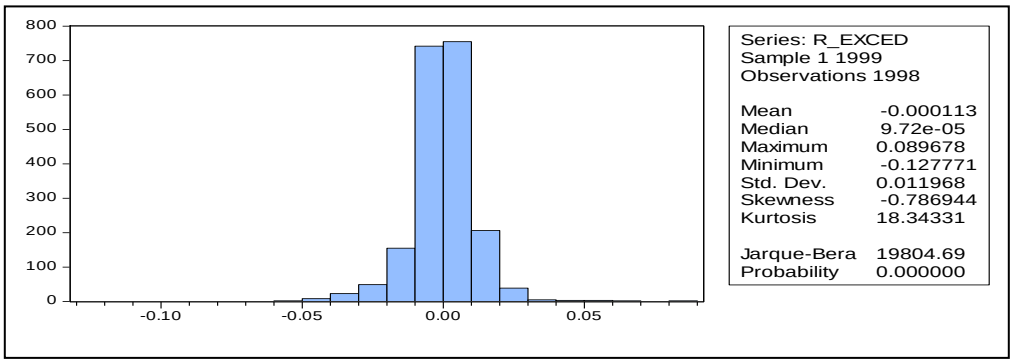


المصدر : من إعداد الباحثان إعتماداً على مخرجات " Eviews 10 "

ثانياً : دراسة وصفية للعائد الفائض لمؤشر SP500 :

نلاحظ من الشكل(الشكل 02) أدناه أن سلسلة عائد الفائض تتغير على المجال (- 12,77 % و 8,97 %) وتمثل متوسط يومي قدره (- 0,0113 %)، إشارة المتوسط السالبة تدل على أنه في المتوسط خلال فترة الدراسة الإستثمار بدون مخاطرة (الإستثمار في السندات) يعطى عائد أكبر بـــ 0,0113 % من الإستثمار الخطر (الإستثمار في الأسهم) وإنحراف معياري يقدر بـــ 1,19 % .بمقارنة قيمة الإنحراف المعياري بقيمة المتوسط الحسابي نتحصل على معامل إختلاف قدره 10591 % الذي يدل على أن هناك تباين كبير (تذبذب كبير) في عائد الفائض .كما تتمتع أيضاً بمعامل تناظر سالب (Skewness) والذي يدل على أن إحتمال أن يكون عائد الفائض خلال فترة الدراسة أكبر من متوسط العائد أكبر من إحتمال أن يكون أقل منه .إن قيمة معامل الشكل " Kurtosis " أكبر من 3 تدل على أن أكثر عوائد الفائض هي أكثر تمركز حول متوسطها وأقل تمركز حول أطرافه. إن قيمة جاك بيرا (Jarque-Bera) تدل على أن توزيع سلسلة العائد الفائض لا تخضع للتوزيع الطبيعي المتناظر (Jarque-Bera = 19804,69 & Probability = 0,000000) .

الشكل رقم 02 : دراسة وصفية للعائد الفائض



المصدر : من إعداد الباحثان إعتماداً على مخرجات " Eviews 10 "

ثالثاً : دراسة إستقرارية سلسلة العائد الفائض " R_EXCED "

سوف نعتمد في دراسة الإستقرارية على إختبار كل من ADF ، PP و KPSS وكانت النتائج كالتالي :

الجدول رقم 01 : نتائج إختبار الإستقرارية لسلسلة العائد الفائض .

	ADF	***PP***	***KPSS***
حد ثابت و إتجاه عام (الإحتمال " P")	0,0000	*0,0000*	*0,0783*
حد ثابت (الإحتمال " P")	*0,0000*	*0,0001*	*0,1020*
بدون ثابت وبدون إتجاه عام (الإحتمال " P")	*0,0000*	*0,0001*	-------

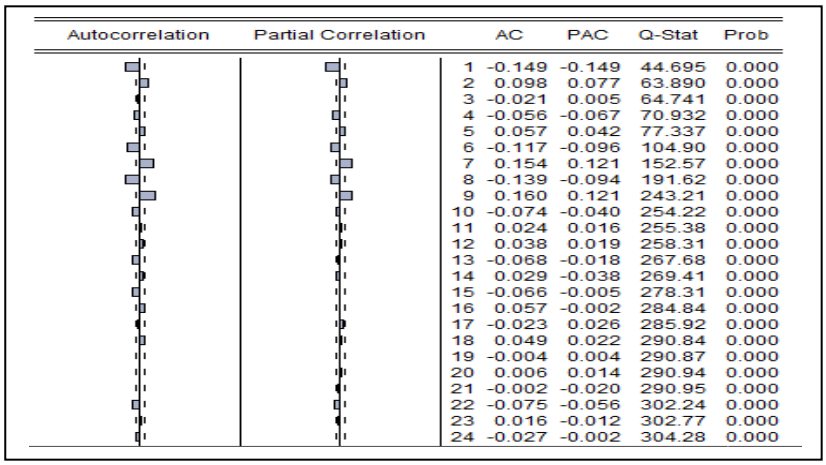
المصدر : من إعداد الباحثان إعتماداً على مخرجات " Eviews 10 "

نتائج الإختبارات الثلاث تدل جميعها على أن سلسلة العائد الفائض لا تحتوي على جذر وحدوي في كل المستويات الثلاث وعلى هذا الأساس نستنتج أن السلسلة مستقرة في المستوى (I0).

رابعاً : دراسة الإرتباط الذاتي :

من أجل إختبار فرضية الإرتباط الذاتي نقوم بتحليل دالتي الإرتباط الذاتي لسلسلة العائد الفائض حيث نلاحظ من خلال الشكل رقم 03 أدناه أن قيم دالة الإرتباط الذاتي ضعيفة وغير معنوية وهذا يشير إلى أن سلسلة العائد الفائض هي أقرب إلى شوشرة بيضاء وهذا يتوافق مع مفهوم فعالية السوق المالية .أي أنه لا يمكن نمذجة والتنبؤ بالعائد الفائض في ظل سوق مالي فعال.

الشكل رقم 03 : دالة الإرتباط الذاتي لسلسلة العائد الفائض .



Autocorrelation	Partial Correlation		AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1	-0.149	-0.149	44.695	0.000
		2	0.098	0.077	63.890	0.000
		3	-0.021	0.005	64.741	0.000
		4	-0.056	-0.067	70.932	0.000
		5	0.057	0.042	77.337	0.000
		6	-0.117	-0.096	104.90	0.000
		7	0.154	0.121	152.57	0.000
		8	-0.139	-0.094	191.62	0.000
		9	0.160	0.121	243.21	0.000
		10	-0.074	-0.040	254.22	0.000
		11	0.024	0.016	255.38	0.000
		12	0.038	0.019	258.31	0.000
		13	-0.068	-0.018	267.68	0.000
		14	0.029	-0.038	269.41	0.000
		15	-0.066	-0.005	278.31	0.000
		16	0.057	-0.002	284.84	0.000
		17	-0.023	0.026	285.92	0.000
		18	0.049	0.022	290.84	0.000
		19	-0.004	0.004	290.87	0.000
		20	0.006	0.014	290.94	0.000
		21	-0.002	-0.020	290.95	0.000
		22	-0.075	-0.056	302.24	0.000
		23	0.016	-0.012	302.77	0.000
		24	-0.027	-0.002	304.28	0.000

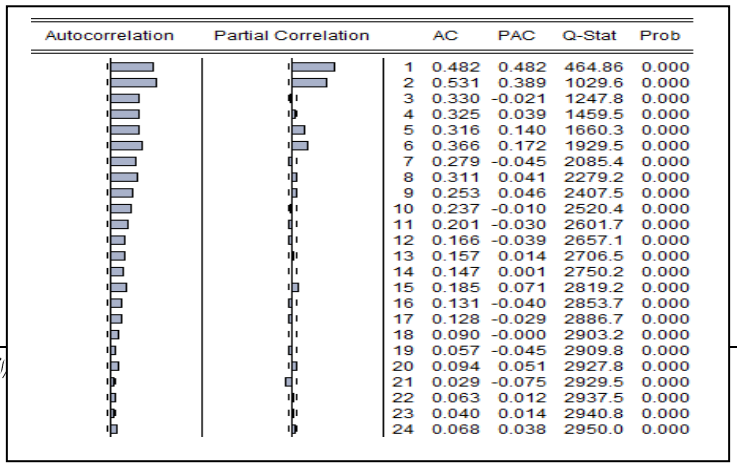
***المصدر** : من إعداد الباحثان إعتماداً على مخرجات " Eviews 10 "*

خامساً : دراسة تذبذب تباين سلسلة العائد الفائض :

مثلما هو موضح في الشكل 01 أعلاه نلاحظ أن هناك فترات كثيرة التذبذب للعائد الفائض هي متبوعة غالباً بفترات هي الأخرى كثيرة التذبذب . هذه الظاهرة لا تتوافق مع فرضية ثبات تباين السلسلة .

من أجل إختبار فرضية ثبات تباين السلسلة هناك العديد من الإختبارات المتاحة من أهمها إختبار قولفات و كونت " Golfed & Quant " إختبار وايت " white " وإختبار بروش و غود فري " Breusche & Godfrey " وإختبار مضاعف لاغرونج وفي دراستنا هذه نعتمد على إختبار بروش وغود فري " Breusche & Godfrey " الذي يتمثل في تقدير نموذج الإنحدار الذاتي بين سلسلة العائد الفائض مربعة (R_Exced_car) والسلسلة نفسها بدرجات تأخير حتى q . بعد إختيار درجة التأخير المثلى وجدنا q = 2 حسب دالة الإرتباط الذاتي كما هو موضح في الشكل رقم 04 الموالي :

الشكل رقم 04 : تحديد درجة التأخير المثلى لسلسلة العائد الفائض مربع .



Autocorrelation	Partial Correlation		AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1	0.482	0.482	464.86	0.000
		2	0.531	0.389	1029.6	0.000
		3	0.330	-0.021	1247.8	0.000
		4	0.325	0.039	1459.5	0.000
		5	0.316	0.140	1660.3	0.000
		6	0.366	0.172	1929.5	0.000
		7	0.279	-0.045	2085.4	0.000
		8	0.311	0.041	2279.2	0.000
		9	0.253	0.046	2407.5	0.000
		10	0.237	-0.010	2520.4	0.000
		11	0.201	-0.030	2601.7	0.000
		12	0.166	-0.039	2657.1	0.000
		13	0.157	0.014	2706.5	0.000
		14	0.147	0.001	2750.2	0.000
		15	0.185	0.071	2819.2	0.000
		16	0.131	-0.040	2853.7	0.000
		17	0.128	-0.029	2886.7	0.000
		18	0.090	-0.000	2903.2	0.000
		19	0.057	-0.045	2909.8	0.000
		20	0.094	0.051	2927.8	0.000
		21	0.029	-0.075	2929.5	0.000
		22	0.063	0.012	2937.5	0.000
		23	0.040	0.014	2940.8	0.000
		24	0.068	0.038	2950.0	0.000

***المصدر** : من إعداد الباحثان إعتماداً على مخرجات " Eviews 10 "*

وكانت نتائج تقدير نموذج الإنحدار الذاتي لـــــBreusche & Godfrey كما هو موضح في الجدول رقم 02 أدناه

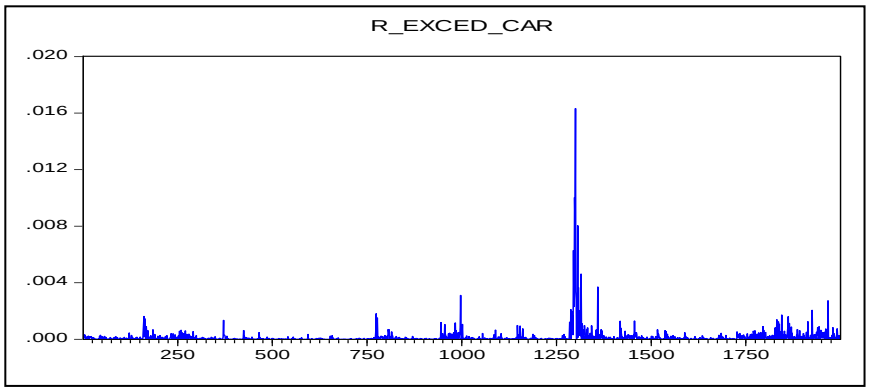
الجدول رقم 02 : نتائج تقدير نموذج الإنحدار الذاتي لـــــBreusche & Godfrey

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	4.52E-05	1.12E-05	4.032890	0.0001
R_EXCED_CAR(-1)	0.294434	0.020633	14.27010	0.0000
R_EXCED_CAR(-2)	0.389229	0.020633	18.86470	0.0000

***المصدر** : من إعداد الباحثان إعتماداً على مخرجات " Eviews 10 "*

إن معنوية معالم نموذج الإنحدار الذاتي تدل على رفض فرضية تجانس تباين سلسلة العائد الفائض وهذا يتضح أكثر من خلال التمثيل البياني لتباين سلسلة العائد الفائض التالي

الشكل رقم 05 : تطور تباين سلسلة العائد الفائض



***المصدر** : من إعداد الباحثان إعتماداً على مخرجات " Eviews 10 "*

إن نتائج إختبار Breusche & Godfrey السابقة تدل على أن سلسلة العائد الفائض تحوي على تأثير ARCH/GARCH (REGIS, 2021, p. 168)

سادساً : تقدير النموذج :

مثلما أشرنا سابقاً وحسب نتائج الإختبارات المتحصل عليها يكون النموذج الأساسي لسلسلة عائد الفائض من شكل المعادلة رقم 26 المذكورة أعلاه . إن عدم تجانس تباين سلسلة العائد الفائض تجعلنا نظيف إلى المعادلة السابقة نموذج ARCH/GARCH

من أجل أخذ بعين الإعتبار هذه الظاهرة . تشير النتائج السابقة إلى أن سلسلة تباين العائد الفائض هي مشخصة بنموذج ARCH(2) . إذاً النموذج المراد تقديره يكتب على الشكل التالي :

$$\begin{cases} R_exced_{t+1} = \gamma\sigma_t^2 + \gamma(1-\gamma)\eta\dfrac{\sigma_t^3}{2} + \varepsilon_{t+1} \\ \sigma_t^2 = \omega_t^2(1-\mu_z^2) \\ \varepsilon_{t+1}^2 = \alpha_0 + \alpha_1\varepsilon_t^2 + \alpha_2\varepsilon_{t-1}^2 \end{cases} \quad \dots\dots\dots(27)$$

بحيث μ_z تمثل المتوسط لمتغير يتبع قانون التوزيع الطبيعي الغير متناظر وتعطى بالعلاقة التالية :

$$\mu_z = \sqrt{2/\pi}\frac{\lambda}{\sqrt{1+\lambda^2}}$$

بحيث λ تمثل معامل التناظر ($\lambda = -0{,}7869$)

أما η فتمثل معامل التناظر حسب فيشر ويعطى بالعلاقة التالية $\eta = \left(2 - \frac{2\pi}{4}\right)\left(\frac{\mu_z}{\sqrt{1-\mu_z^2}}\right)^3$

و ε_t تمثل الخطأ العشوائي للعلاقة الأساسية للعائد الفائض . المعالم الواجب تقديرها هي :

$$\theta = \{\gamma, \eta, \alpha_0, \alpha_1, \alpha_2\}$$

كذلك يجب وضع قيد لضمان الإشارة الموجبة للتباين الشرطي على النحو التالي : $\varepsilon_t^2 = \frac{\alpha_0}{1-\alpha_1-\alpha_2}$ بعد وضع هذا القيد ننتقل إلى تقدير النموذج .

هناك عدة طرق لتقدير معالم النموذج من بينها طريقة العزوم المعممة وطريقة المعقولية العظمى . لقد أثبت أنجل " Engel " في سنة 1982 أن طريقة المعقولية العظمى هي الطريقة الأكثر فعالية . (Abdou, 2013, p. 28) نستعمل للتقدير طريقة المعقولية العظمى بإستخدام برنامج Eviews 10 نتوقع أن تكون المعلمة η ذات إشارة سالبة ومعنوية وأيضاً معالم النموذج " ARCH ", $\boxed{\{\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2\}}$ تكون معنوية .

الجدول التالي يلخص قيم المعالم المقدرة للنموذج وقيم ستودنت الموافقة لها .

الجدول رقم 03 : ملخص نتائج تقدير نموذج العائد الفائض

المعالم	التقدير	إحصائية ستودنت
γ	1.586537	0.772564
η	72.78	-0.681281
α_0	4.18E-05	26.37650
α_1	0.393408	11.98431
α_2	0.361065	11.02326

المصدر : من إعداد الباحثان إعتماداً على مخرجات " Eviews 10 "

نلاحظ أن نتائج المعالم المقدرة تتوافق جزئياً وتوقعاتنا . من جهة تأثير " ARCH " يتوافق مع توقعاتنا حيث كانت معالمه ذات إشارة موجبة ومعنوية بقوة في سلسلة العائد الفائض، ويؤكد سلوك المستثمر إتجاه السوق وذلك أن الفترات كثيرة التذبذب للعائد الفائض هي متبوعة غالباً بفترات هي الأخرى كثيرة التذبذب .ومن جهة أخرى ظاهرة عدم التناظر هي غير محققة في نموذجنا ويتجلى ذلك من خلال عدم معنوية المعلمة $\boldsymbol{\eta}$ وهو ما يتوافق مع فرضية كفاءة السوق المالي محل الدراسة أي أنه لا يمكن التنبؤ بالقيمة المتوسطة للعائد الفائض من خلال نموذج قياسي ولكن يمكننا التنبؤ بقيمة العائد الفائض إعتماداً على معادلة التباين الممثلة بمعالم " ARCH " .

إن عدم معنوية $\boldsymbol{\eta}$ و $\boldsymbol{\gamma}$ تدل على أنه في المدى البعيد علاوة السوق الممثلة بالعائد الفائض لا تعوض بخطر عدم التناظر ويكتب في حالتنا هذه نموذج العائد الفائض على الشكل

$$\begin{cases} \text{R_exced}_{t+1} = c + \varepsilon_{t+1} \\ \varepsilon^2_{t+1} = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon^2_t + \alpha_2 \varepsilon^2_{t-1} \end{cases} \quad \ldots\ldots\ldots (28)$$

نتائج تقدير هذه المعادلة هي ملخصة في الجدول التالي :

الجدول رقم 04 : ملخص نتائج تقدير نموذج العائد الفائض

المعالم	التقدير	إحصائية ستودنت
C	0.000409	2.701881
$\boldsymbol{\alpha_0}$	4.12E-05	26.05381
$\boldsymbol{\alpha_1}$	0.404544	12.16801
$\boldsymbol{\alpha_2}$	0.364461	11.22595

المصدر : من إعداد الباحثان إعتماداً على مخرجات " Eviews 10 "

أي أن في المدى الطويل العائد الفائض المتوقع هو 0.041 % أي أن حسب تعريف العائد الفائض فإنه في المدى البعيد الإستثمار في الأصل الخطر يحقق في المتوسط عائد أعلى من الإستثمار في الأصل غير خطر بـــ 0.041 % .

من خلال هذه الدراسة .

خاتمة:

يعتبر تحليل ونمذجة تذبذب سلسلة زمنية موضوع مهم في العلوم المالية وكشاهد على ذلك نلاحظ في الأسواق المالية أنه كلما زاد تذبذب قيمة أصل مالي كلما كان خطره أكبر وكلما زاد بالمقابل سقف عائده الذي يشترطه حامليه للإحتفاظ به . في هذا السياق تقدير ونمذجة تذبذب عائد الأصل المالي يسمح بقياس خطره المرتبط به حيث كلما كانت منهجية متابعة التذبذب سليمة كلما كان التنبؤ بمردودية العائد أقرب إلى الواقع

من المهم أن نشير إلى أن السلاسل المالية تتميز بظاهرة التذبذب الغير مستقر وبظاهرة عدم التناظر الأمران اللذان لا تأخذها نماذج " ARMA " الكلاسيكية بعين الإعتبار . في هذا السياق طورا كل من" Engel " و " Granger " نماذج " ARCH " من أجل السماح خاصة لتباين سلسلة زمنية الإرتباط بمجموعة المعلومات المتوفرة خاصة الزمن .

نماذج " ARCH " تعتمد في صياغتها على تقدير خارجي للتباين الشرطي . من هذا المنطلق فإن دراستنا السابقة سمحت لنا بتحديد علاوة خطر الأصول المالية من خلال نموذج قياسي يأخذ بعين الإعتبار الظاهرتين السابقتين (التذبذب غير المستقر وعدم التناظر . دراستنا القياسية أخذت سلسلة العائد الفائض لأهم مؤشر مالي في الأسواق المالية الأمريكية والعالمية والمتمثل في مؤشر " SP500 " .

توصلت الدراسة إلى نتيجة مفادها أن العائد الفائض يتحدد من خلال التأثير المشترك لمعامل التناظر (Skewness) لعلاوة الخطر وللتذبذب (التباين) .

بينت نتائج التقدير أن نموذج " ARCH(2) " هو النموذج الأفضل لعملية التقدير وتمثيل بيانات سلسلة العائد الفائض لمؤشر " SP500 " إضافة إلى ذلك فإنه في المدى المتوسط تحقق الأسواق المالية عائد فائض موجب خلال فترة الدراسة أي أنه من الأفضل لحاملي رؤوس الأموال والباحثين على إستثمارها عدم الإكتفاء بالإستثمار في الإستثمارات غير الخطرة وإنما البحث أيضاً لإستثمارها في إستثمارت خطرة فهي تعطي في المتوسط عائد أكبر ودائماً تبقى هذه الدراسة مرتبطة بالفترة الزمنية التي غطتها الدراسة وعينة الدراسة فيما يخص الإستثمار في البورصة الأمريكية .

النتائج :توصلت الدراسة إلى النتائج التالية:

- يساهم تنويع المحافظ الإستثمارية في التقليل من المخاطر المالية .
- الإسثمار الخطر في البورصة الأمريكية خلال فترة الدراسة يحقق متوسط فائض قدره 0.046 % مقارنة بالإستثمار الغير خطر

المقترحات :انطلاقا من النتائج المتوصل إليها تقدم الدراسة المقترحات التالية:

- العمل على تنويع المحفظة الإستثمارية من خلال الإستثمار في الإستثمارات الخطرة لما تحققه من فائض والإستثمارت غير الخطر لما تخفضه من مخاطرة .
- تركيز الإستثمار في الإستثمارت الخطرة .
- التنويع في مراكز الإستثمار لما تتوفر عليه من تفاوت في العوائد والمخاطر.

قائمة المراجع:

- *(2023, 10 15). Consulté le 10 15, 2023, sur https://fr:investing.com .*
- *Abdou, A. Y. (2013). Estimation d'un modèle ARCH-GARCH avic prime d'asymétrie. 06. (U. LAVAL, Éd.) Québec, canada.*
- *BROQUET, COBBAUT, G., & Van den, B. (2004). Gestion de Portefeuille (éd. 04). Bruxellles, Belgique: de boeck.*
- *franck, M. (2010). Finance de marché. Paris, France: PEARSON.*
- *https://www.treasurydirect.gov/marketable-securities/treasury-bills. (2023, 10 15). Consulté le 10 15, 2023, sur https://www.treasurydirect.gov/marketable-securities/treasury-bills.*
- *REGIS, B. (2021). ECONOMETRIE (éd. 11). Paris, France: DUNOD.*
- *Robert, C., Roland, G., & Georges, H. (2015). La gestion de Portefeuille (éd. 2). Paris, Paris: de boeck.*
- *عقبي لخضر. (2022-2023). محاضرات في مقياس الأسواق المالية الدولية. www.univ-tiaret.com. تيارت، الجزائر: جامعة تيارت.*